

Capítulo 8

¿Favorece la mecánica cuántica un indeterminismo epistemológico u ontológico?

Leonardo Vanni¹ y Sebastian Fortin²

El debate sobre el determinismo e indeterminismo en la física ha alcanzado una enorme expansión con el advenimiento de la mecánica cuántica, una teoría formulada en términos probabilísticos dado que su ecuación fundamental, la ecuación de Schrödinger, no determina la dinámica de las propiedades de un sistema, sino la dinámica de sus probabilidades.

Al tratar exclusivamente con probabilidades, la física cuántica parece evidenciar un indeterminismo ontológico en los valores que adquieren las variables de un sistema físico (típicamente posición, velocidad, energía, etc.). Sin embargo la evolución del estado del sistema, gobernada por la ecuación de Schrödinger, es perfectamente determinista. Dado el estado a un tiempo inicial, la ecuación de Schrödinger predice de manera determinista el estado en todo tiempo posterior. Pero las probabilidades entran en juego al predecir resultados en el proceso de medición. Según la interpretación ortodoxa, a partir de ahí la evolución es indeterminista y sólo se puede recurrir a las probabilidades que permiten calcular el estado, que hasta ese momento evolucionó manera determinista. La mecánica cuántica parece incorporar así, tanto aspectos determinísticos como indeterminísticos, y la medición parece jugar un rol central en esto.

Esta característica ha dado origen un sinnúmero de interpretaciones y no poca controversia entre ellas. Bajo la visión realista, se ha intentado interpretar las probabilidades en términos epistemológicos, es decir, en términos de ignorancia subjetiva del observador. De este modo, las probabilidades sólo estarían cuantificando un indeterminismo epistemológico. Sin embargo muchos de estos intentos demostraron no estar exentos de inconsistencias al punto de poner en juego hasta la misma noción de realismo. Desde una postura no realista, por el contrario, la mecánica cuántica parece

¹ CONICET – Universidad de Buenos Aires, Argentina.

² Universidad de Buenos Aires, Argentina.

imponer un indeterminismo ontológico antes no evidenciado por la mecánica clásica, principalmente porque no es posible asignar valores bien definidos a todas las variables.

En las siguientes secciones indagaremos la dualidad entre determinismo e indeterminismo que exhibe la teoría cuántica. La primera sección centra su recorrido en las interpretaciones modales, para analizar desde ella algunas características relevantes de la teoría. En la segunda sección, se desarrollará la formulación Bohmiana de la mecánica cuántica, que tratándose de una formulación realista, pone de relieve la posibilidad de un indeterminismo epistemológico compatible con determinismo ontológico.

1. ¿Es la mecánica cuántica indeterminista a la luz de las interpretaciones modales?

La definición más elemental de determinismo, basada en el determinismo Laplaciano (Laplace 1814), reside en la posibilidad de determinar el estado de un sistema en un tiempo futuro t , conocido su estado en un tiempo anterior t_0 . En general, un estado es especificado por medio de mediciones sobre el sistema, las cuales evidencian las propiedades que dicho sistema adquiere en ese estado. Por lo tanto, para hablar de determinismo es de fundamental importancia especificar claramente la relación que la teoría establece entre estados y propiedades, y cómo dicha relación se pone de manifiesto en el proceso de medición. Estas consideraciones son particularmente sensibles en el caso de la mecánica cuántica, debido a las controversias en relación a la interpretación del estado, y especialmente a la problemática vinculada a la medición cuántica (Vanni 2012, Lombardi y Vanni 2010). Por esta razón, previo a focalizarnos específicamente sobre el determinismo, indagaremos acerca de la noción de estado y su relación con las propiedades. Partiremos de consideraciones clásicas.

Clásicamente el estado de un sistema es representado por un punto en el llamado espacio de las fases, el cual es un espacio matemático en donde los ejes cartesianos se identifican con dos variables clásicas elementales: la posición q , y momento p del sistema. En ese espacio representaremos al estado con el par $|\varepsilon\rangle = (q, p)$. Decimos que las variables posición y momento son elementales porque las ecuaciones fundamentales de la mecánica clásica, las ecuaciones de Hamilton (Goldstein 1992), son ecuaciones que gobiernan la posición y el momento.

En el espacio de las fases, cada punto, es decir cada estado, es una posible ‘situación’ del sistema en la cual puede adquirir propiedades. Nos valdremos ahora de una analogía para indagar la relación entre estados y propiedades. Supongamos por simplicidad, que el sistema físico está compuesto por una única partícula. Entonces podemos imaginar al espacio de fases como una ‘estantería’ y cada punto en él, es decir cada estado, como una ‘caja’ donde ubicar la partícula en la estantería. De acuerdo a la ubicación de la caja, la partícula adquirirá propiedades de valor de ciertas magnitudes, por ejemplo, valor de posición, de altura, de energía, etc.

Ya sea en el caso clásico o cuántico, el vínculo entre el estado y las propiedades es formalmente establecido por medio de las llamadas *funciones de estado*. Una función de estado asigna un numero real entre cero y uno a cada una de las propiedades, de modo tal de asignar 1 a la propiedades que adquiere el sistema cuando está en ese estado. Para ver esto, y de acuerdo a la analogía de cajas antes descripta, supongamos dos estados según la siguiente figura:



Figura 1

Claramente, si la partícula está en el estado $|1\rangle$ adquirirá el valor de posición “izquierda”. Si está en el estado $|2\rangle$ adquirirá el valor de posición “derecha”. Entonces podemos definir dos funciones de estados f_1 y f_2 asociadas a $|1\rangle$ y $|2\rangle$, de la siguiente manera:

		Izquierda	Derecha		
$ 1\rangle$	\rightarrow	f_1	<table border="1"> <tr> <td>1</td> <td>0</td> </tr> </table>	1	0
1	0				
$ 2\rangle$	\rightarrow	f_2	<table border="1"> <tr> <td>0</td> <td>1</td> </tr> </table>	0	1
0	1				

El número 1 en la columna ‘Izquierda’ especifica certeza respecto a que el sistema adquiere esa propiedad si está en el estado $|1\rangle$. Lo mismo para el número 1 en la columna ‘Derecha’. Este tipo de funciones de estado son llamadas *funciones de estado puras*, o simplemente *estados puros*, porque asignan certezas a las propiedades. A cada función de estado pura le corresponde, en nuestra analogía, una caja donde ubicar al sistema (partícula); y viceversa, a cada caja le corresponderá una función de estado pura.

No es difícil convencerse de que clásicamente las funciones de estado puras asignan certezas no sólo a las propiedades consideradas, sino a todas las propiedades posibles. Uno puede considerar, por ejemplo, propiedades adicionales como ‘Arriba’ y ‘Abajo’, etc., y resultará que si la partícula está ubicada en una de las cajas, la función de estado de esa caja asignará certezas a esas propiedades también. En resumen, podemos entender un estado clásico puro como una situación (caja) donde el sistema adquiere propiedades.

Ahora podemos combinar funciones de estados puras multiplicando sus valores por números entre cero y uno. Por ejemplo, podemos construir $f_3 = 1/2 f_1 + 1/2 f_2$ cuyos valores resultan:

		Izquierda	Derecha
$ 1\rangle \rightarrow$	f_1	1	0
$ 2\rangle \rightarrow$	f_2	0	1
	$f_3 = 1/2 f_1 + 1/2 f_2$	1/2	1/2

Esta función f_3 es también una función de estado, porque asigna un real entre cero y uno a las propiedades, pero a diferencia de las funciones de estado puras, no asignan certezas. Su interpretación directa es en términos probabilísticos. La función de estado f_3 nos indica que existe 50% de probabilidades de encontrar la partícula en la caja $|1\rangle$ y 50% de encontrarla en la caja $|2\rangle$. Combinaciones de funciones de estados puras con coeficientes entre cero y uno, son llamadas *funciones de estado mezcla*, y a diferencia de las funciones de estado puras, no se corresponden en nuestra analogía, a una caja.

Claramente la función f_3 no proviene de una caja. No puede haber una caja, digamos $|3\rangle$, tal que cuando la partícula está en esa caja asigne probabilidades de estar en las cajas $|1\rangle$ y $|2\rangle$, porque si está en $|3\rangle$ no puede estar en las otras dos. Si algún procedimiento experimental prepara al sistema en la función de estado f_3 , eso significará simplemente que está en algunas de las dos cajas $|1\rangle$ y $|2\rangle$, sólo que por alguna condición experimental adicional, el observador no lo sabe, y tiene que recurrir a cuantificar su ignorancia en términos de probabilidades. Decimos en este caso que hacemos una *interpretación por ignorancia de las probabilidades* (Hughes 1989; Cohen 1989), y así es como en general se interpretan las probabilidades en la mecánica clásica.

Bajo esta concepción, una teoría probabilística no tiene por qué ser indeterminista. Podemos recurrir a las probabilidades sin abandonar un determinismo subyacente, aunque no accesible al observador, como es el asumido en la mecánica estadística (Loewer 2010). Es en este caso cuando hablamos de un indeterminismo epistemológico.

Esto no es así en la mecánica cuántica, y la razón se debe principalmente a la particular relación, que como veremos, se establece entre estado y propiedades cuánticas.

Cuánticamente, el estado de un sistema es representado por un vector de estado en el llamado espacio de Hilbert del sistema. Notaremos al vector de estado en forma abstracta como $|\psi\rangle$. El espacio de Hilbert es un espacio matemático donde cada propiedad atómica del sistema (propiedad irreducible, no compuesta por otras) es representada por un subespacio unidimensional (una recta) o rayo que pasa por el origen, y de modo tal que propiedades excluyentes son representadas por rayos ortogonales (Cohen 1989; Laura y Vanni 2007; Ballentine 1998). Una propiedad atómica será la propiedad de valor de una magnitud dada y también se podrá representar por un vector; será el vector que genera el rayo de la propiedad (Laura y Vanni 2007). Por ejemplo, en nuestro modelo de cajas, la magnitud posición tiene dos propiedades de valor: ‘Izquierda’ o ‘Derecha’. Este modelo podrá ser representado cuánticamente por un espacio de Hilbert de dos dimensiones, porque esas dos propiedades serán representadas por dos rayos ortogonales, y cada caja corresponderá a los vectores de estado $|1\rangle$ y $|2\rangle$ como indica la siguiente Figura 2:

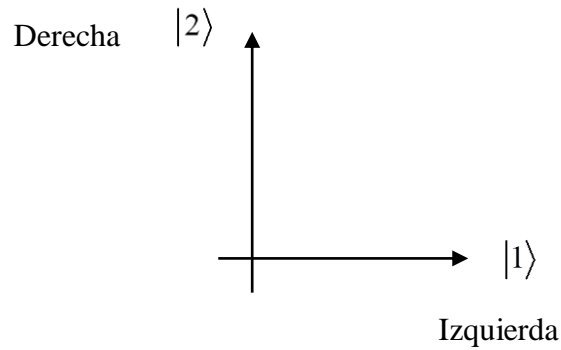


Figura 2

Al vector que genera el rayo de un valor de una magnitud específica, se lo llama *autovector* de la magnitud, y al valor de la magnitud se lo denomina *autovalor* de la magnitud (Hughes 1989; Ballentine 1998). Así, en la Figura 2, los vectores de estado $|1\rangle$ y $|2\rangle$ serán los autovectores de la posición con sus correspondientes autovalores ‘Izquierda’ y ‘Derecha’, respectivamente. Estos vectores generan los ejes horizontal y vertical. El eje horizontal es el rayo del valor ‘Izquierda’, y el eje vertical es el rayo del valor ‘Derecha’.

Como ya hemos visto, la relación entre el estado y las propiedades queda determinada por la función de estado. En el caso cuántico, las funciones de estados son especificadas por una única fórmula, llamada *regla de Born* (Ballentine 1998), la cual asigna probabilidades a las propiedades, es decir valores entre cero y uno, siendo el cero y el uno casos particulares de certeza. La regla de Born indica, que si $|x\rangle$ es el vector de la propiedad x , es decir el vector que genera el rayo de la propiedad x , y $|\psi\rangle$ es el vector de estado del sistema, entonces la probabilidad para dicha propiedad es calculada cuánticamente como

$$P_{\psi}(x) = |\langle x|\psi\rangle|^2$$

Todo lo que necesitamos entender de esta fórmula es que las probabilidades provienen de proyecciones en el espacio de Hilbert. La cantidad $\langle x|\psi\rangle$ es entendida como la proyección del vector $|\psi\rangle$ sobre el vector $|x\rangle$. Así, lo que nos dice la última fórmula es

que la probabilidad de la propiedad x cuando el sistema está en el estado $|\psi\rangle$ es igual al módulo al cuadrado de la proyección del vector $|\psi\rangle$ sobre el vector de la propiedad $|x\rangle$.

Si volvemos a nuestro modelo de cajas, vemos en la Figura 2, que por construcción, cuando el estado es $|1\rangle$ se tendrá el valor de posición ‘Izquierda’, cuando es $|2\rangle$ se tendrá ‘Derecha’. La regla de Born es consistente con esto, pues cada autovector asignará certeza a su correspondiente autovalor de posición. Es claro que la proyección del rayo ‘Derecha’ (el rayo vertical) sobre el vector $|1\rangle$ es completa y sobre el vector $|2\rangle$ es nula; y al revés para el rayo ‘Izquierda’ (el rayo horizontal), por lo que tenemos:

		Izquierda	Derecha
$ 1\rangle \rightarrow$	$P_1(x) = \langle x 1\rangle ^2$	1	0
$ 2\rangle \rightarrow$	$P_2(x) = \langle x 2\rangle ^2$	0	1

Como vemos, cada autovector $|1\rangle$ y $|2\rangle$, asigna certeza a su correspondiente autovalor de posición. Se trata entonces de estados puros, pero a diferencia del caso clásico, no asignan certeza a todas las propiedades, lo cual veremos, es una diferencia crucial que relacionaremos con el determinismo y las interpretaciones modales. Para ver esto, consideremos como antes una combinación de estados puros, y construyamos $P_3 = 1/2 P_1 + 1/2 P_2$ como indica la siguiente tabla

		Izquierda	Derecha
$ 1\rangle \rightarrow$	$P_1 = \langle x 1\rangle ^2$	1	0
$ 2\rangle \rightarrow$	$P_2 = \langle x 2\rangle ^2$	0	1
$ 3\rangle = 1/\sqrt{2} 1\rangle + 1/\sqrt{2} 2\rangle \leftarrow$	$P_3 = 1/2 P_1 + 1/2 P_2$	1/2	1/2

A diferencia del caso clásico, los valores de la función de estado P_3 , que es una combinación de estados puros, sí proviene de otro estado puro. Es el estado puro representado por el vector $|3\rangle = 1/\sqrt{2}|1\rangle + 1/\sqrt{2}|2\rangle$. Se puede verificar fácilmente que este vector es tal que con la regla de Born antes dada, asigna las mismas probabilidades a las propiedades “Izquierda” y “Derecha” que asigna la mezcla P_3 . El vector $|3\rangle$ es representado en la siguiente Figura 3

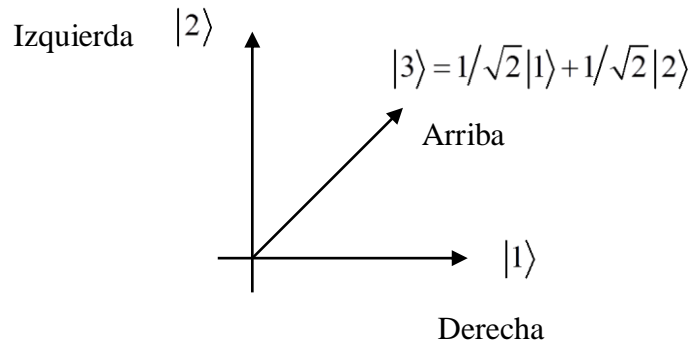


Figura 3

El vector $|3\rangle$ es puro porque asigna certeza a la propiedad cuyo rayo genera $|3\rangle$. Si llamamos a esta propiedad ‘Arriba’, es claro que el valor de posición ‘Arriba’ es autovalor del estado $|3\rangle$ y por lo tanto la regla de Born le asigna el valor 1. Como consecuencia, las probabilidades que vienen de este estado no pueden ser entendidas en términos de ignorancia subjetiva del observador, porque dicho estado no pueden ser descrito como una mezcla para todas las propiedades. Dicho de otro modo, aunque el estado $|3\rangle$ asigna probabilidades a las propiedades ‘Izquierda’ y ‘Derecha’ como si se tratara de una mezcla, no lo es porque asigna certeza a la propiedad ‘Arriba’.

Matemáticamente, se dice que el vector $|3\rangle = 1/\sqrt{2}|1\rangle + 1/\sqrt{2}|2\rangle$ es una superposición de los vectores $|1\rangle$ y $|2\rangle$, y debido al *principio de superposición* (Ballentine 1998) es un vector de estado legítimo de la teoría. En nuestro modelo de cajas, esto

significa que existe una caja $|3\rangle$, que ubicaríamos arriba de $|1\rangle$ y $|2\rangle$, y que si bien asigna certeza a la propiedad ‘Arriba’, asigna probabilidades a ‘Izquierda’ y ‘Derecha’ como si se tratara una mezcla de los estados $|1\rangle$ y $|2\rangle$, pero que sin embargo no lo es.

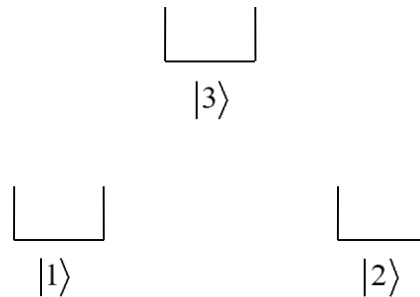


Figura 4

Como $|3\rangle$ es una superposición de los estados $|1\rangle$ y $|2\rangle$, cada uno de estos a su vez será superposición de los otros dos. Así, resulta que en nuestro modelo de cajas cuánticas, cada una de ellas asigna probabilidades a las propiedades de las demás cajas, y certeza a las propias. Son estados puros pero no asignan certeza, y a su vez asignan probabilidades pero no son mezclas.

Esto no tiene antecedente clásico. Como consecuencia de la pérdida de certezas, un estado puro cuántico no puede verse como un lugar donde el sistema adquiere propiedades, sino como un lugar donde adquiere posibilidades, ya que perder certezas es de alguna manera obtener posibilidades. Esto dará pie a las interpretaciones modales que veremos enseguida.

Antes hacemos notar que la pérdida de certezas mencionada implica que estamos tratando indirectamente con el *principio de incerteza de Heisenberg* (Hughes 1989; Ballentine 1998), el cual impone la imposibilidad de determinación simultánea de valores de variables incompatibles. Dos variables se dicen incompatibles si tienen propiedades de valor con rayos oblicuos en el espacio de Hilbert. Por ejemplo, en nuestro modelo de cajas, la variable de ‘posición Izquierda-Derecha’, es incompatible con la variable de ‘posición Arriba-Abajo’. Como se puede apreciar a partir de la Figura 3, el rayo de la propiedad ‘Arriba’ es oblicuo a los rayos de las propiedades ‘Izquierda-Derecha’. Por lo tanto, cuando

obtenemos certeza del valor ‘Arriba’ (si el sistema está en el estado $|3\rangle$), entonces la perdemos para los valores ‘Izquierda-Derecha’; y al revés.

El principio de incerteza de Heisenberg está vinculado de manera no trivial con el principio de superposición (Hughes 1989), por eso no es de extrañar que lo hayamos encontrado tratando con superposiciones. Este principio de por sí impone un límite categórico al determinismo que se puede alcanzar en la mecánica cuántica. Hay magnitudes que no quedan determinadas en el futuro, porque ni si quiera se les puede asignar valores simultáneos a ellas (Loewer 2010). Esto parece eliminar la posibilidad de un determinismo epistemológico.

Lo notable es que aun en el caso de circunscribirse a un conjunto de variables compatibles, no podemos evitar la descripción probabilística; y al no poder especificar con certezas todas las propiedades, es inevitable abandonar la visión de un determinismo Laplaciano, en donde el estado y todas las propiedades están determinados a futuro. En el mejor de los casos, sólo podemos aceptar un determinismo estadístico para la mecánica cuántica, es decir un determinismo en la distribución de las probabilidades para los valores de las propiedades (Earman 2004). Efectivamente, como hemos visto, las probabilidades están dadas por el vector de estado a través de la regla de Born, y resulta que el estado evoluciona de manera determinista al ser gobernado por la llamada *ecuación de Schrödinger* (Ballentine 1998; Hughes 1989), que es la ecuación fundamental de la teoría.

La pérdida de determinismo de la mecánica cuántica, aun dentro de un conjunto de variables compatibles, viene de la peculiar relación entre el estado y las propiedades que impone la regla de Born, la cual es efectivizada en el proceso de medición.

Para dar cuenta de esto, la interpretación ortodoxa de la mecánica cuántica se basa en un postulado fundamental llamado *postulado de colapso* (Bub 1997; Laura y Vanni 2008a). Según la interpretación ortodoxa, el estado evoluciona en forma determinista hasta tanto el sistema no sea medido; pero al ser medido, *colapsa* repentinamente de manera indeterminista al autoestado correspondiente a la propiedad de valor que se obtiene como resultado de la medición. La manera en que lo hace sólo puede ser descripta por la regla de Born en forma probabilística.

Para ver esto más claramente, supongamos que el estado evoluciona a la superposición de ‘Izquierda-Derecha’ dada por $|3\rangle = 1/\sqrt{2}|1\rangle + 1/\sqrt{2}|2\rangle$, que como hemos

visto no puede interpretarse como significando que el sistema está, ya sea en $|1\rangle$, o en $|2\rangle$. Supongamos que en este punto se decide medir la magnitud ‘posición Izquierda-Derecha’, cuyos valores son obviamente ‘Izquierda’ y ‘Derecha’, con estados $|1\rangle$ y $|2\rangle$ respectivamente. El postulado de colapso nos dice que si se obtiene “Izquierda” en la medición, entonces el estado sufrirá la transición $|3\rangle \rightarrow |1\rangle$, por el contrario, si se obtiene ‘Derecha’ sufrirá la transición $|3\rangle \rightarrow |2\rangle$. Lo notable del postulado del colapso tan ampliamente aceptado, es que la transición de una superposición a uno de sus componentes, no forma parte de la evolución permitida por la ecuación de Schrödinger.

De este modo, el postulado del colapso supone un problema teórico grave. Este fue ampliamente tratado en una vasta bibliografía (Bub 1997; Ballentine 1998; Hughes 1989; Laura y Vanni 2008b), y aunque puede ser justificado en términos de probabilidades condicionales (Laura y Vanni 2008a), es conceptualmente inaceptable (Vanni 2012). Si los instrumentos de medición son sistemas físicos formados de las mismas partículas que la mecánica cuántica describe, la interacción con ellos durante la medición debería ser gobernada por la misma ecuación de Schrödinger, y no por un proceso especial que la viola, y al que la teoría ni siquiera describe.

Detrás del colapso existe una condición implícita que lo soporta y cuya relajación es crucial para dar cabida a las interpretaciones modales: es el llamado vínculo autovalor-autovector (Lombardi y Dieks 2012; van Fraassen 1974; van Fraassen 1972). Ya hemos tratado con este vínculo en nuestro modelo de cajas cuánticas. Hemos visto que si el sistema está en un determinado autoestado de una variable, este adquiere el correspondiente autovalor. En la interpretación ortodoxa se asume también la recíproca, porque al considerar el colapso como válido, si el sistema adquiere un determinado autovalor, entonces, su estado tiene que ser el correspondiente autoestado.

Al aceptar el vínculo autovalor-autovector se pierde determinismo tanto en las propiedades como en los estados en el proceso de medición. Al medir el sistema, este adopta un valor de manera indeterminista que obliga al estado a colapsar en el correspondiente autovector, también de manera indeterminista, y que viola la ecuación de Schrödinger.

Aunque mucho se ha intentado para dar solución a esta problemática, no se ha logrado dar una respuesta definitiva. Dentro de las interpretaciones que evitan el postulado podemos mencionar la mecánica Bohmiana (Goldstein 2013) que trataremos al final del capítulo, o las interpretaciones modales que abordaremos ahora mismo (Lombardi y Dieks 2012; Dieks 2007; van Fraassen 1974; van Fraassen 1972).

Las interpretaciones modales son fieles al formalismo usual, pero renuncian al vínculo autovalor-autovector para evitar al colapso. Se toma como válido que si el sistema está en un determinado autoestado, entonces éste adquiere el correspondiente autovalor, pero no la recíproca. Un sistema podrá adquirir un determinado valor de una magnitud, en la medición, sin que necesariamente el estado sea el correspondiente autoestado.

La idea central de las interpretaciones modales también ya fue tratada implícitamente en nuestros modelos de cajas. Habíamos visto que en el caso cuántico cada estado puro (caja), implica la posibilidad de adquirir las propiedades de otros estados. Aunque una mezcla también puede pensarse como implicando posibilidades de adquirir las propiedades de uno de los componentes de dicha mezcla, sabemos clásicamente que, o se está en un estado puro, o se está en otro. Las posibilidades presentes en las mezclas clásicas son una mera ilusión subjetiva del observador debido a su ignorancia del estado real del sistema. Cuánticamente no es así. Cada estado puro cuántico implica posibilidades que no pueden entenderse como asociadas a mezclas.

La apuesta de las interpretaciones modales es dar relevancia a las posibilidades, elevándolas a un estatus ontológico propio. Así como clásicamente podíamos ver cada estado como un lugar donde el sistema adquiere ‘propiedades’, cuánticamente podemos ver al estado como un lugar donde el sistema adquiere ‘posibilidades’. Estas posibilidades serán codificadas en los estados por medio de las probabilidades que vienen de la regla de Born. Bajo esta concepción, la mecánica cuántica no establece una correspondencia uno a uno con elementos de una realidad actual, sino más bien provee un conjunto de eventos posibles en cada situación, acorde a la evolución del estado, de los cuales sólo uno se actualizará en el proceso de medición.

Esto divide las descripciones cuánticas en dos planos, un *plano de lo posible* en donde el estado evoluciona en forma determinista acorde a la ecuación de Schrödinger. Y un *plano de lo actual*, indeterminista, en donde se actualizan los valores de las variables

físicas. La conexión entre ambos planos es instanciada en el proceso de medición a través de las probabilidades que codifican los estados cuánticos. La Figura 5 muestra esos dos planos. Al tiempo $t = t_0$ se prepara el sistema en el estado $|\psi_0\rangle$. Luego, al tiempo $t = t_1$ se realiza la medición de la magnitud ‘posición Izquierda-Derecha’, con dos resultados ‘Izquierda’=I y ‘Derecha’=D. El estado a ese tiempo es $|\psi_1\rangle$, y podrá ser descrito por una superposición general $|\psi_1\rangle = \alpha|1\rangle + \beta|2\rangle$ que determina las posibilidades de {I, D} en términos de las probabilidades asignadas a cada valor. En la medición sólo se actualizará uno de esos valores en forma indeterminista; valor que puede ser asignado al sistema, pero a diferencia de la interpretación ortodoxa, ello no supone que el estado colapse al correspondiente autoestado de la posición.

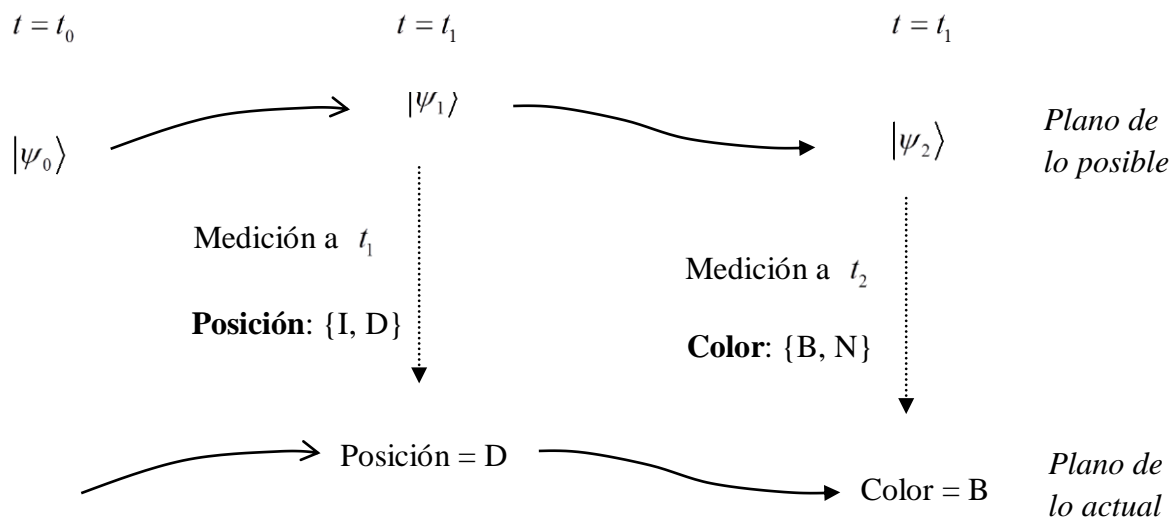


Figura 5

Por el contrario, en su propio plano dicho estado evolucionará de manera determinista, sin abandonar la superposición, por ejemplo hasta $|\psi_2\rangle$ al tiempo $t = t_2$, el cual determinará las posibilidades para una nueva medición, por ejemplo de color, con otros dos resultados posibles: ‘Blanco’=B, y ‘Negro’=N, etc.

En las interpretaciones modales se asume que el sistema físico posee siempre un conjunto de variables físicas con valores bien definidos que determina el espacio de eventos sobre el que están definidas las posibilidades. Por supuesto, la manera en que ese conjunto es especificado por la teoría debe ser consistente con la limitación que impone el principio de incerteza, que como hemos visto, prohíbe que todas las variables tengan valor definido simultáneamente. Esto obliga a las interpretaciones modales a establecer explícitamente *reglas de actualización*, que seleccionen cuáles son las variables privilegiadas con valores definidos en cada momento (Lombardi y Dieks 2012). La diferencia entre las distintas interpretaciones modales (y es por eso que, hasta ahora, hemos hablado en plural) reside esencialmente en la elección de esta regla (Lombardi y Dieks 2012). En la mayoría de los casos dicha regla depende del estado cuántico, de modo que el contexto de variables privilegiadas cambia acorde a la evolución del estado. Como excepción podemos mencionar a la mecánica Bohmiana que indagaremos en la siguiente sección, la cual puede ser entendida como una interpretación modal con un contexto privilegiado a priori definido por la posición.

Tenemos entonces que el estado cumple entonces un doble rol, por un lado determina el contexto de variables bien definidas, y por otro las posibilidades dentro de él, según es cuantificada por la regla de Born.

Dado el contexto de variables con valor definido, algunas interpretaciones modales conciben a las probabilidades en términos de ignorancia. Por supuesto esto es sólo dentro del contexto variables asumidas con valor definido en un momento dado. Por lo que hemos analizado anteriormente, una interpretación por ignorancia de las probabilidades no es válida en general dentro de la mecánica cuántica debido a la existencia de variables incompatibles. En otras interpretaciones modales, sin embargo, las probabilidades son entendidas como la propensión ontológica de que un evento posible se actualice.

Como señala Lombardi (Lombardi y Dieks 2012), una visión no excluye a la otra. Aun si las probabilidades fueran concebidas por ignorancia, esto no implica que dicha ignorancia sea removida con información adicional. En una interpretación ontológica de la probabilidad, nuestra ignorancia sobre el evento que se actualizará es una consecuencia de la naturaleza indeterminista del mundo.

En este punto volvemos a nuestra pregunta principal: ¿es la mecánica cuántica indeterminista a la luz de las interpretaciones modales? La respuesta lleva involucrada una dualidad. Como hemos señalado, al nivel de los valores obtenidos en las mediciones es indeterminista, pero al nivel de la evolución del estado es perfectamente determinista. Lo que las interpretaciones modales logran es formalizar esta dualidad en términos de un nuevo status ontológico dado a las posibilidades. Desde este punto de vista, podemos decir que la mecánica cuántica es perfectamente determinista en la evolución de las posibilidades que un sistema puede encontrar. Sin embargo a la hora de verificar estas posibilidades por medio de los procesos de medición, inexorablemente debemos aceptar una actualización indeterminista de esas posibilidades.

2. La mecánica cuántica causal. La mecánica Bohmiana

La interpretación ortodoxa de la mecánica cuántica tiene una serie de características notables que fueron y son motivo de debate (Sakurai 1994):

- Asume que el estado físico de un sistema está completamente especificado por el estado cuántico o la función de onda.
- El estado sólo determina la probabilidad de obtener un resultado dado, por ejemplo, en un experimento realizado sobre un ensamble estadístico de sistemas iguales.
- No sólo resulta imposible determinar las trayectorias espaciales de las partículas, sino que la teoría niega su existencia de plano, afirmando que la partícula deviene en ser en el momento en que es medida.
- Las probabilidades asignadas a los resultados de un experimento particular son ontológicas. Es decir, no se deben a una imposibilidad práctica de conocer, por ejemplo, las condiciones iniciales de la partícula sino al indeterminismo inherente de la teoría.

Muchas voces se oponen a la interpretación usual; como ya vimos, las interpretaciones modales proveen una estructura conceptual que permite entender la mecánica cuántica en forma distinta. Hay un formalismo introducido por David Bohm (Bub 1997), el cual se puede catalogar dentro de las interpretaciones modales. Dicho autor postula que la mecánica cuántica es incompleta y propone la existencia de variables ocultas, es decir variables que no son de acceso empírico pero que forman parte del estado de las

partículas cuánticas (Bohm 1952a). Estas variables son las que permiten determinar las trayectorias de las partículas tal como en la mecánica clásica. Este formalismo introducido por David Bohm en 1952 (Bohm 1952a 1952b) y el desarrollo de sus variantes se conocen actualmente como Interpretación Causal de la Mecánica Cuántica o Teórica Cuántica del Movimiento³.

El punto más significativo de la interpretación causal es que sus predicciones empíricas son las mismas que las de la cuántica usual (Holland 1995). Ambas teorías son empíricamente equivalentes y representan un muy buen ejemplo de la indeterminación de la teoría por los datos. A continuación presentamos algunas consideraciones sobre ambos enfoques.

2.1 Formulación de la mecánica cuántica causal

Para introducir la mecánica cuántica causal partiremos de la ecuación de Schrödinger:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + V(\bar{x})\psi \quad (2)$$

y mediante un cambio de variables la reescribiremos de un modo conveniente. En verdad, al ser una ecuación en el plano complejo, se trata de dos ecuaciones. Para realizar esta tarea comencemos con la función de onda, al ser una función compleja es posible explicitar su módulo R y fase S :

$$\psi = R \cdot e^{i\frac{S}{\hbar}} \quad (3)$$

Reemplazando (3) en la ecuación (2) se obtiene una ecuación compleja. Reagrupando la parte real e imaginaria de esta ecuación obtenemos dos ecuaciones reales.

³ Es posible argumentar que en realidad se trata de una teoría distinta porque, como veremos, se introduce una ecuación que no existe en la mecánica cuántica ordinaria.

$$\begin{aligned}\frac{\partial R}{\partial t} &= -\frac{1}{2m} \left(R \bar{\nabla}^2 S + 2 \bar{\nabla} R \cdot \bar{\nabla} S \right) \\ \frac{\partial S}{\partial t} &= - \left[\frac{(\bar{\nabla} S)^2}{2m} + V(\bar{x}) - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\bar{\nabla}^2 R}{R} \right]\end{aligned}\quad (4)$$

A continuación definimos la variable P :

$$P(\bar{x}) = R^2(\bar{x}) \quad (5)$$

Reemplazando en (4) obtenemos las ecuaciones para P y S

$$\begin{aligned}\frac{\partial P}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot \left(P \frac{\bar{\nabla} S}{m} \right) &= 0 \\ \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{(\bar{\nabla} S)^2}{2m} + V(\bar{x}) - \frac{\hbar^2}{4m} \left(\frac{\bar{\nabla}^2 P}{P} - \frac{1}{2} \frac{(\bar{\nabla} P)^2}{P^2} \right) &= 0\end{aligned}\quad (6) \text{ y } (7)$$

Cabe destacar que hasta el momento sólo se ha reescrito la ecuación de Schrödinger realizando una sustitución muy simple. Por lo tanto, las ecuaciones resultantes (6) y (7) no nos dicen nada nuevo, sin embargo esta forma de representar la ecuación de Schrödinger permite un análisis que es la clave de la interpretación causal.

Si se toma el límite clásico, es decir \hbar tendiendo a cero, entonces las ecuaciones quedan:

$$\begin{aligned}\frac{\partial P}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot \left(P \frac{\bar{\nabla} S}{m} \right) &= 0 \\ \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{(\bar{\nabla} S)^2}{2m} + V(\bar{x}) &= 0\end{aligned}\quad (8) \text{ y } (9)$$

Por otro lado es conveniente recordar que en MC las ecuaciones de Lagrange para un sistema descrito por n coordenadas generalizadas son n ecuaciones de segundo orden de derivación en el tiempo. El mismo sistema puede ser estudiado de acuerdo a Hamilton con $2n$ ecuaciones de primer orden. Existe una notable alternativa, la descripción de Hamilton

Jacobi que se reduce a una única ecuación en derivadas parciales. En esta última descripción tenemos la ecuación de Hamilton-Jacobi que es:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{1}{2m}(\bar{\nabla}S)^2 + V(\bar{x}) = 0 \quad (10)$$

En donde S es la función generatriz, que genera todas las trayectorias posibles. Adicionalmente, esta formulación cuenta con una ecuación para calcular el momento de las partículas $\bar{p} = \bar{\nabla}S$.

Si se compara la ecuación (9) con (10) es evidente que la ecuación de Hamilton-Jacobi es igual a la segunda ecuación de Bohm cuando \hbar tiende a cero. Esta es la gran motivación para el intento de reinterpretar la función de onda en términos clásicos. De hecho se propone establecer la total analogía entre las ecuaciones de Hamilton-Jacobi y las de Bohm. Por lo que se puede interpretar al gradiente de S como el momento de la partícula.

$$\bar{p} = \bar{\nabla}S \quad (11)$$

Usando (11) se puede describir (8),

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot \left(P \frac{\bar{\nabla}S}{m} \right) = 0 \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot (P\bar{v}) = 0 \quad (12)$$

en donde \bar{v} es la velocidad de la partícula. Claramente la expresión (12) es una ecuación de continuidad. Entonces P es candidato natural a ser la probabilidad de un ensamble.

2.2 El potencial cuántico

La interpretación causal extiende la analogía que se presentó en el punto anterior al caso en que \hbar no es cero. Con un simple pasaje de términos en la ecuación (7) se obtiene

$$\frac{\partial S}{\partial t} = - \left[\frac{(\bar{\nabla}S)^2}{2m} + V(\bar{x}) - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\bar{\nabla}^2 R}{R} \right] \quad (13)$$

Se ve claramente que es la ecuación de Hamilton-Jacobi pero ahora hay un término sumado al potencial, porque se puede decir que además de actuar el potencial clásico, actúa este término que juega el papel de un potencial adicional al que se llama *potencial cuántico* o *potencial de Bohm*.

$$U(\bar{x}) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\bar{\nabla}^2 R}{R} \quad (14)$$

Ahora la fuerza sobre la partícula está dada por el potencial clásico y el cuántico.

En este punto se pueden tomar distintas posiciones respecto de este potencial. Por un lado se puede argumentar que como el potencial depende del modulo de ψ evaluado en el punto donde se encuentra la partícula, podemos suponer la existencia de un campo real con una presencia objetiva en el espacio. Por otro lado se puede pensar que este potencial está vinculado a una fuerza cuántica. En este caso la fuerza sobre la partícula depende de la posición y la velocidad de la partícula, esto puede resultar extraño pero en la física ya existen casos así, por ejemplo, la fuerza sobre partículas cargadas en un campo electromagnético depende de la posición y la velocidad de la partícula.

La elección que se realice en este punto dará lugar a distintas versiones de la mecánica causal y no nos interesa ahondar en este punto en lo que refiere a la discusión sobre determinismo. El punto central es que la introducción del potencial cuántico permite una descripción basada en una ontología clásica de los fenómenos cuánticos. La idea es simple, la mecánica cuántica causal mantiene la ontología clásica en el sentido de que considera partículas puntuales que se mueven en el espacio. La posición y la velocidad de las partículas se encuentran bien determinadas en todo momento y su evolución se rige por las leyes de Newton. Entonces, si las partículas tienen una ontología clásica y se rigen por las leyes de Newton, ¿cómo se explican los resultados experimentales que dieron origen a la mecánica cuántica? Por medio de la introducción de una fuerza nueva de la naturaleza, la fuerza cuántica. Esta fuerza cuántica es la responsable del comportamiento “extraño” de las partículas. Para que pueda cumplir esta función, dicha fuerza depende instantáneamente de la posición y velocidad de todas las partículas, de modo que se trata de una fuerza no local.

La interpretación de la probabilidad

El formalismo que introdujimos en las secciones anteriores permite la descripción clásica de los fenómenos cuánticos. Esto incluye la posibilidad, teniendo la posición y velocidad inicial, de calcular con certeza la posición y velocidad de la partícula para todo tiempo. Es decir, se elimina la probabilidad de la teoría. Por lo tanto los defensores de la mecánica cuántica causal deben explicar por qué, en los hechos, la predicción del resultado particular de un experimento resulta imposible. La forma más sencilla de hacerlo consiste en la introducción del principio de incerteza como un principio epistémico.

En su artículo original, Bohm (1952a 1952b) realiza un análisis conceptual del principio de incerteza y propone una interpretación distinta. Según él, hasta ese momento existían dos enfoques para llegar a dicho principio:

- El primero consiste en admitir que la función de onda tiene una representación de coordenadas y otra de impulsos y que estas se relacionan mediante la transformada de Fourier. Entonces como en todas las teorías ondulatorias hay una incerteza inherente e irreducible. De este modo, no se puede conocer la posición y la velocidad con cualquier precisión.

Bohm rechaza esta forma de establecer un principio tan fuerte argumentando que la única magnitud física real es la posición. La velocidad, la energía, el momento angular, no son más que construcciones teóricas útiles. Pero en física, todas las magnitudes se miden interpretando posiciones, ya sea de agujas o partículas y se puede prescindir del impulso como concepto primitivo. De este modo, es posible negar la representación de impulsos, y el principio de incerteza tiene que analizarse desde otro punto de vista.

- El segundo enfoque es imaginar el proceso de medición de las cantidades físicas. Por ejemplo, al medir la posición de una partícula, el aparato de medición necesariamente interactúa con la partícula intercambiando cuantos indivisibles y esto modifica al sistema, en particular su velocidad. Si los efectos precisos de la perturbación pueden ser calculados y controlados, entonces uno puede corregir los datos obtenidos y obtener una medición simultánea de la posición y la velocidad con precisión ilimitada. Pero esto contradice el principio de incertidumbre entonces la interpretación usual, de la mano de Bohr, postula que *el proceso de transferencia*

entre el sistema y el aparato es inherentemente impredecible, incontrolable y no sujeto a análisis o descripción racional.

Para Bohm este es un enfoque autoconsistente pero no impide la introducción de otros enfoques autoconsistentes.

Para la mecánica cuántica causal la relación entre la indeterminación de la posición y la velocidad no se debe a la estructura del espacio de Hilbert ni a un intercambio descontrolado de cuantos. La introducción de la probabilidad está sujeta a dos cuestiones:

- La imposibilidad de conocer las condiciones iniciales con la precisión necesaria: Dado que el potencial cuántico depende de la posición y velocidad de todas las partículas, no es posible predicar sobre la casticidad del potencial cuántico en el caso general. Sin embargo, el estudio de muchos casos particulares revela que el sistema es muy sensible a las condiciones iniciales. De modo que una imprecisión mínima de la posición inicial tiene como consecuencia una gran imprecisión en la posición final. De esta forma, se justifica la introducción de las probabilidades.
- Para explicar que la distribución de probabilidad adopta la forma particular dada por la ecuación de Schrödinger, Bohm apela a la introducción de sistemas abiertos. El argumento se encuentra centrado en el hecho de que en realidad no existe ningún sistema aislado, siempre hay interacción con los rayos cósmicos, el aire de la habitación, etc. De manera que cuando se fija la posición de, por ejemplo, un electrón inmediatamente el choque con las otras partículas cambia su posición. De manera que en la práctica resulta imposible fijar la posición y velocidad de una partícula. En un artículo de 1953 propone un tipo de interacción que explica este hecho.

De este modo, en la mecánica cuántica causal, la posición y la velocidad de las partículas juegan el mismo papel que en la termodinámica estadística y sólo se manifiestan a través de sus valores medios.

3. Conclusiones

La interpretación ortodoxa propone una suerte de dualidad para la noción del determinismo de la mecánica cuántica. Por un lado, propone un indeterminismo ontológico

(intrínseco) para los resultados individuales, pero un determinismo para la distribución de probabilidades que determina el estado; al menos hasta tanto el sistema no sea medido. Cuando el sistema es medido, en virtud del postulado del colapso, el determinismo del estado también es perdido.

Las interpretaciones modales, renunciando al colapso, logran formalizar esta dualidad elevando las posibilidades a un status ontológico propio. La evolución de las posibilidades, codificada en el estado en términos de probabilidades, queda perfectamente determinada a futuro. Pero los valores de las magnitudes, para los que esas posibilidades aplican, se actualizarán en la medición de manera completamente indeterminista. De esta manera, según las interpretaciones modales, un indeterminismo ontológico persiste en el plano de lo actual para dar cuenta de los valores de las mediciones.

Por otro lado, la mecánica cuántica causal, como la mecánica Bohmiana, supone un formalismo que explica los mismos fenómenos pero desde un indeterminismo epistemológico. La indeterminación de variables llamadas incompatibles, como son la posición y velocidad, es entendida en la perspectiva Bohmiana como una limitación que se presenta en los experimentos debido a la interacción de los instrumentos con el sistema que se mide.

A la vista de estos resultados, ante la pregunta ¿favorece la mecánica cuántica un indeterminismo epistemológico u ontológico?, nos encontramos que no es posible responder categóricamente. Dado que podemos elegir entre dos teorías con resultados empíricos equivalentes pero que discrepan en este punto, el carácter determinista o indeterminista del mundo cuántico parece reposar en una elección metafísica.

Bibliografía

Ballentine, L. 1998. *Quantum Mechanics. A Modern Development*. Singapore: World Scientific.

Bohm D. 1952a. "A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of "Hidden" Variables. I". *Phys. Rev.* 85(2):166-179.

Bohm D. 1952b. "A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of "Hidden" Variables. II". *Phys. Rev.* 85 (2):180-193.

- Bohm D. 1953. "Proof that probability density approaches $|\psi|^2$ in causal interpretation of the quantum theory". *Phys. Rev.* 89 (2):458-466.
- Bub J. 1997. *Interpreting the Quantum World*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Cohen, D. W. 1989. *An Introduction to Hilbert Space and Quantum Logic*. New York: Springer-Verlag.
- Dieks, D. 1989. "Quantum mechanics without the projection postulate and its realistic interpretation". *Foundations of Physics* 38: 1397–1423.
- Dieks, D. 2007. "Probability in modal interpretations of quantum mechanics". *Studies in History and Philosophy of Modern Physics* 38: 292-310.
- Earman, J. 2004. "Determinism: What we have learned and what we still don't know". En *Freedom and Determinism*, editado por J. K. Campbell, M. O'Rourke y D. Shier, 21-46. Cambridge-MA: MIT Press.
- Goldstein, S. 2013. "Bohmian Mechanics". En *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, editado por E. N. Zalta (Spring 2013 Edition) [preprint].
<http://plato.stanford.edu/entries/qm-bohm/>.
- Goldstein, H. 1992. *Mecánica clásica*. Barcelona: Reverté.
- Holland, P. R. 1995. *The Quantum Theory of Motion: An Account of the De Broglie-Bohm Causal Interpretation of Quantum Mechanics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Hughes, R. I. G. 1989. *The Structure and Interpretation of Quantum Mechanics*. Cambridge MA: Harvard University Press.
- Laplace, P. [1814] 1951. *A Philosophical Essay on Probabilities*. Traducido por E. W. Truscott y F. L. Emory. New York: Dover.
- Laura R. y L. Vanni. 2007. "Relaciones entre la lógica cuántica y la lógica clásica". En *Epistemología e Historia de la Ciencia, Selección de Trabajos de las XVII Jornadas*, editado por L. Salvatico y P. García. Universidad Nacional de Córdoba, Argentina.

- Laura, R. y L. Vanni. 2008a. "Conditional probabilities and collapse in quantum measurements". *International Journal of Theoretical Physics* 47: 2382-2392.
- Laura, R. y L. Vanni. 2008b. "Probabilidades condicionales y colapso en las mediciones cuánticas". En *Filosofia e Historia da Ciência no Cone Sul (AFHIC), Selecao de Trabalhos do 5o Encontro*, 383-391. Florianópolis: AFHIC.
- Loewer, B. 2010. "Determinism". En *The Routledge Companion to Philosophy of Science*, editado por S. Psillos & M. Curd, 371-381. Abingdom: Routledge.
- Lombardi, O. y D. Dieks. 2012. "Modal Interpretations of Quantum Mechanics". En *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, editado por E. N. Zalta. <http://plato.stanford.edu/entries/qm-modal/>.
- Lombardi, O. y L. Vanni. 2010. "Medición cuántica y decoherencia: ¿qué medimos cuando medimos?". *Scientiae Studia* 8: 273-291.
- Mittelstaedt, P. 1998. *The Interpretation of Quantum Mechanics and The Measurement Process*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Sakurai J. J. 1994. *Modern Quantum Mechanics*, Revised Edition. New York: Addison-Wesley.
- van Fraassen, B. C. 1972. "A formal approach to the philosophy of science". En *Paradigms and Paradoxes: The Philosophical Challenge of the Quantum Domain*, editado por R. Colodny, 303-366. Pittsburgh: University of Pittsburgh Press.
- van Fraassen, B. C. 1973. "Semantic analysis of quantum logic". En *Contemporary Research in the Foundations and Philosophy of Quantum Theory*, editado por C. A. Hooker, 80-113. Dordrecht: Reidel.
- Vanni, L. 2012. "Los problemas de la medición cuántica sin decoherencia". Tesis Doctoral, Universidad Nacional de Quilmes.